சட்டத்தின் யங் இணக்கம் காணல்:

i) சீராக்க வழிமுறை:

கொடுக்கப்பட்ட சட்டத்தை A, B என்ற கத்தி முனைகளால் சீராக அமைத்து, சட்டத்தின் மையத்தில் ஓர் எடை தாங்கியை தொங்கவிட வேண்டும். சட்டத்தின் மையத்தில் மெழுகினைப் பயன்படுத்தி ஓர் குண்டூசியினை சட்டத்திற்கு செங்குத்தாக அமைய வேண்டும். இவ்வமைப்பிற்கு முன்பாக ஓர் நுண்ணோக்கியை வைத்து, குண்டூசியினை பார்க்க வேண்டும். நுண்ணோக்கியை மேலும் கீழும் நகர்த்தி ஊசியின் பிம்பத்தின் கூர்முனை, கிடைமட்டக் கம்பியை தொடுமாறு செய்ய வேண்டும்.

முதலில் சட்டத்தினை மீட்சிப்பாங்கிற்கு கொண்டு வர வேண்டும். எடை தாங்கியில் எடையைப் படிப்படியாக அதிகரித்துப் பின்பு குறைக்க வேண்டும். இவ்வாறு நான்கு அல்லது ஐந்து முறை செய்யப்படும் போது மீட்சிப் பாங்கினை பெறுகிறது.

எடை தாங்கியில் உள்ள எடை சிறுமமாக இருக்க வேண்டும். இதனை பளுச்சுமை என்பர். இந்நிலையில் நுண்ணோக்கியை சரிசெய்து, குண்டூசியின் பிம்பத்தின் முனை கிடைமட்டக் குறுக்குக் கம்பியை சரியாக தொட்டுக் கொண்டிருக்குமாறு செய்ய வேண்டும். செங்குத்து அளவு கோலில் உள்ள அளவீட்டினை குறித்துக் கொள்ள வேண்டும். எடை தாங்கியில் எடையை படிப்படியாக அதிகரித்து (0.5 கி.கி) ஒவ்வொரு முறையும் மேற்கூறியவாறு நுண்ணோக்கியைச் சரிசெய்து அளவீடுகள் குறித்து கொள்ள வேண்டும். பின்பு எடையை படிப்படியாக குறைத்து, ஒவ்வொரு முறையும் மேற்கூறியபடி அளவீடுகளை குறித்துக் கொள்ள வேண்டும். அளவீடுகளை அட்டவணைப்படுத்த வேண்டும்.

| வ. எண் | எடை (கி.கி) | நுண்ணோக்கி அளவீடு | | | M கி.கி இறக்கம் (y) |
|---|---|---|---|---|---|
| | | எடை ஏற்றும் போது | எடை குறைக்கும் போது | சராசரி | |
| | | | | | |

அட்டவணையிலுள்ள அளவீடுகளிலிருந்து M கி.கி எடைக்கான இறக்கம் கணக்கிட வேண்டும். சராசரி இறக்கம் y எனக் கொள்வோம். கத்தி முனைகட்கிடையே உள்ள தூரம் $l$ என்க. திருகுமானி வெர்னியர் அளவி கொண்டு சட்டத்தின் தடிமன் d, அகலம் b ஆகியவற்றை அளவிட வேண்டும்.

சீரான வளை சட்டத்திற்கு யங் குணகம்

$$q = \frac{Mg\,l^3}{4bd^3y} \text{ நி.மீ}^{-2}$$

இதனைப் பயன்படுத்தி, சட்டத்தின் யங் குணகம் கணக்கிடலாம்.

## சட்டங்களின் வளைதல் (Bending of Beam)

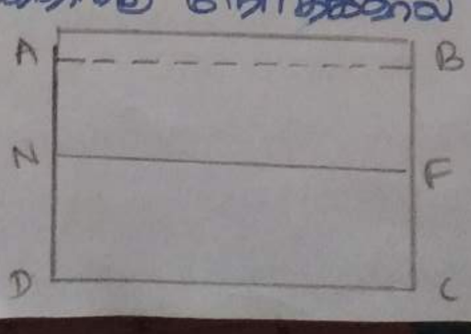
சீரான குறுக்கு வெட்டுப்பரப்பு கொண்ட தண்டின் நீளத்துடன் ஒப்பிடும் போது, தடிமன் குறைவாக உள்ளதை சட்டம் என்பர். இவ்வகையான சட்டத்தின் ஒருமுனையை நன்றாக இறுக்கப் பொருத்தி, மறுமுனையில் எடை கட்டித் தொங்க விடப்படும் போது, சட்டம் இறக்கமடைகிறது. வெளி இரட்டை செயல்பாடு காரணத்தால், சட்டம் வளைகிறது, அது ஒரு இணையாகும் பொருத்தப்பட்ட புள்ளியில் தோன்றும் எதிர் இணையாகும் இரட்டை தோன்றுகிறது.

இதனால் சட்டம் உருத்திரிபு அடைகிறது. சட்டத்தின் மீட்சி விசை தோன்றி, சட்டத்தை பழைய நிலைக்கு கொண்டு வர முயற்சி செய்கிறது. சமநிலையில் மீட்சி எதிர்வினை இரட்டையைத் தோற்றுவிக்கிறது. புற இரட்டையை சமன் செய்யும் இந்த இரட்டையின் திருப்புத் திறனை வளைவு திருப்புத் திறன் என்பர்.

சட்டம் பல நீள் அடுக்குகள் கொண்டதாக கொள்வோம். வளைதல் காரணமாக மேற்பரப்பில் அமைந்துள்ள அடுக்கின் நீளம் அதிகரித்து குவி வடிவம் பெறுகிறது. கீழ் பகுதியிலுள்ள அடுக்கின் நீளம் குறைந்து குழி வடிவம் பெறுகிறது. இரு பக்கங்களிலும் அச்சினை நோக்கி நகரும் போது, நீட்சியும், சுருக்கமும் குறைகிறது: சட்டத்தின் மையத்தில் வெளி அடுக்கிற்கும், உள் அடுக்கிற்கும் இணையாக அமைந்துள்ளது ஒரு நடு அடுக்கில் நீள அதிகரிப்போ அல்லது சுருக்கமோ ஏற்பட்டிருக்காது இந்த அடுக்கு அல்லது இழையினை நடுநிலை இழை என்பர். இதன் வழியாகச் செல்லக்கூடிய அச்சினை நடுநிலை அச்சு என்பர். நடுநிலை அச்சினையும், வளைவு தளத்திற்குச் செங்குத்தாகவும் அமைந்த பரப்பினை தளத்தை நடுநிலைப் பரப்பு என்பர்.

## வளைவு திருப்புத் திறனுக்கான கோவை:

ABCD என்பது வளைந்த சட்டத்தின் அச்சிற்கு செங்குத்தான பரப்பாகும். நடுநிலை இழை NF ற்கு மேல் உள்ள இழைகள் நீட்சியும், கீழே உள்ள இழைகள் சுருக்கமும் அடைந்திருக்கும். எந்தவொரு இழையிலும் தோன்றுகின்ற திரிபு, அந்த இழை நடுநிலை இழையிலிருந்து, அமைந்துள்ள தூரத்திற்கு நேர்த்தகவில் அமையும்.



இருக்கும் வெட்டு பரப்பளவு ds கொண்ட P-ல் செல்லும் இழை கருதுவோம்.

$$\text{திரிபு} \propto PN$$

(or) $e \propto PN$ அல்லது $e = \alpha . PN \rightarrow (1)$

இங்கு $\alpha$ என்பது மாறிலி. தகைவு காரணத்தால் நீளம் அதிகம் ஏற்படுகின்ற காரணத்தால் இங்கு இணக்கம் யங் குணகமாகும்.

$$\text{யங்குணகம் } q = \text{தகைவு} / \text{திரிபு}$$

$$\text{தகைவு} = q \times \text{திரிபு}$$

$$= q . \alpha . PN \rightarrow (2)$$

$$\text{ஆனால் தகைவு} = \text{விசை} / \text{பரப்பளவு}$$

$$= F/ds$$

$$\text{விசை } F = \text{தகைவு} \times ds$$

$$F = q . \alpha . PN . ds \rightarrow (3)$$

விசையின் திருப்புத்திறன் = விசை × செங்குத்து தூரம்.

நடுநிலை இழையைப் பற்றிய விசையின் திருப்புத் திறன்

$$= (q . \alpha . PN . ds) PN$$

$$= q\alpha (PN)^2 . ds \rightarrow (4)$$

இதே போன்று ஒவ்வொரு இழைக்கும் திருப்புத் திறன் கண்டு கூட்ட வளைவு திருப்புத் திறன் கிடைக்கிறது.

$$\text{வளைவு திருப்புத்திறன்} = \Sigma\, q\alpha (PN)^2 ds$$

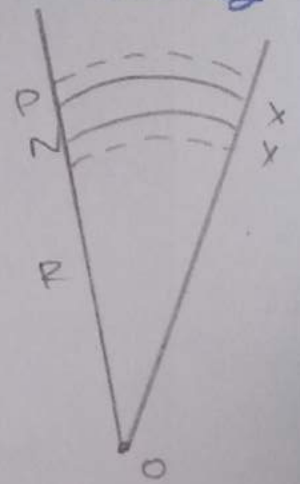
$$= q\alpha\, \Sigma (PN)^2 ds \rightarrow (5)$$

$$\text{ஆனால் } \Sigma (PN)^2 ds = AK^2 \rightarrow (6)$$

இங்கு A என்பது சட்டத்தின் குறுக்கு வெட்டு பரப்பளவு, K என்பது சுழற்சி ஆரம், $AK^2$ என்பது வடிவியல் நிலைமத் திருப்புத் திறன்.

$$\text{வளைவு திருப்புத்திறன்} = q\alpha AK^2 \rightarrow (7)$$

நடுநிலை அச்சு அடங்கிய இழுக்கி வெட்டுப் பரப்பினை கருதுவோம். படத்தில் Px என்பது Pன் வழியாகச் செல்லும் இழையையும், Ny என்பது நடுநிலை இழையையும் குறிக்கிறது. O என்பது வளைந்த சட்டத்தின் மையமாகும். NO என்பது வளைவு ஆரம்.




POX, NOY என்ற பகுதியினை கணக்கில் எடுத்துக் கொள்ள வேண்டும்.

$$\frac{Px}{Ny} = \frac{PO}{NO} \text{ (அல்லது)}$$

$$\frac{Px}{Ny} - 1 = \frac{PO}{NO} - 1$$

$$\frac{Px - Ny}{Ny} = \frac{PO - NO}{NO} = \frac{PN}{R}$$

$$\frac{\text{நீள அதிகரிப்பு}}{\text{ஆரம்ப நீளம்}} = \frac{PN}{R}$$

$$\text{திரிபு } e = \frac{PN}{R} \longrightarrow (8)$$

சமன் (1) லிருந்து $e = \alpha . PN$

$$\therefore \alpha . PN = \frac{PN}{R} \text{ (அல்லது) } \alpha = 1/R \rightarrow (9)$$

சமன் (9) லிருந்து $\alpha$ மதிப்பினை சமன்பாடு (7)ல் பதிலீடு செய்ய

$$\text{வளைவு திருப்புத்திறன்} = \frac{q A k^2}{R} \longrightarrow (10)$$

தீர்வு - 1 அகலம் b ம், தடிமன் d ம் கொண்ட நீள் சட்டத்திற்கு $A = bd$, $k^2 = d^2/12$

$$Ak^2 = bd^3/12$$

$$\text{வளைவுத் திருப்புத்திறன்} = q bd^3/12R \rightarrow (11)$$

நேர்வு - 2: ஆரம் r கொண்ட வட்டச்சட்டத்திற்கு

$$A = \pi r^2, \quad K^2 = r^2/4$$

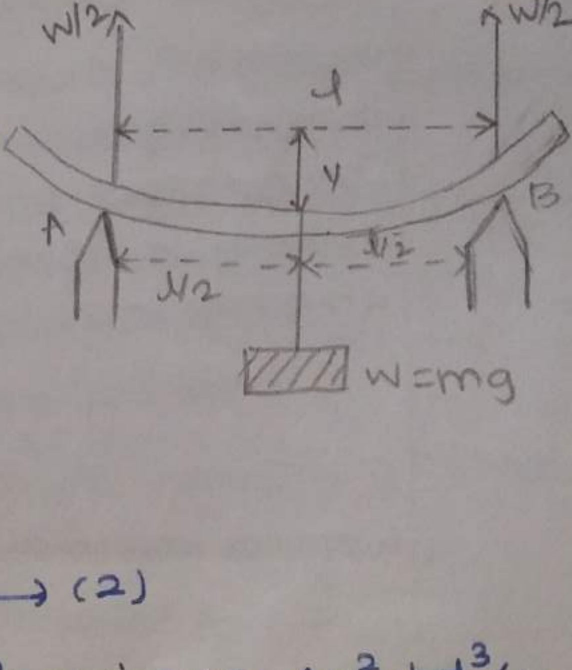
$$AK^2 = \pi r^4/4$$

வளைவுத் திருப்புத்திறன் $= \pi q r^4 / 4R \rightarrow$ (13)

## சீரற்ற வளைவு (Non-uniform Bending).

கத்தி முனைகள் A, B யின் மீது ஓர் சட்டம் சீராக வைக்கப்பட்டுள்ளது. கத்தி முனைகளுக்கிடையே உள்ள தூரம் $l$. சட்டத்தின் மையத்தில் W=mg என்ற எடைக்கட்டுத் தொங்கவிடப்படும் போது, மையத்தில் ஏற்படும் இறக்கம் y என்க.

கத்தி முனைகளால் செயற்படும் எதிர்வினை W/2 ஆகும். சட்டத்தின் இரு வளை சட்டங்களாக கருதலாம். வளை சட்டத்தின் மையத்தில் நிலையாக பொருத்தப்பட்டு கத்தி முனையில் W/2 எனும் எடை தொங்கவிடப்பட்டுள்ளது.




வளை சட்டத்தின் இறக்கம் $y = \frac{Wl^3}{3qAK^2}$ → (1)

இங்கு $W = \frac{W}{2}$, $l = l/2$

$$\therefore y = \frac{(W/2)(l/2)^3}{3qAK^2}$$

$$y = \frac{Wl^3}{48qAK^2} \longrightarrow (2)$$

i) நேர்வு: 1 செவ்வகச் சட்டத்திற்கு $AK^2 = bd^3/12$

இறக்கம் $y = \frac{Wl^3}{48q \cdot bd^3/12}$

$$y = \frac{Wl^3}{4bd^3q} = \frac{mgl^3}{4bd^3q} \longrightarrow (3)$$

யங்குணகம் $q = \frac{mgl^3}{4bd^3y}$ $Nm^{-2}$ → (4)

ii) நேர்வு -2

உருளை வடிவச் சட்டத்திற்கு $AK^2 = \pi r^4/4$

$$y = \frac{Wl^3}{48\,q\,\frac{\pi r^4}{4}}$$

$$y = \frac{Wl^3}{12\pi r^4 q}$$

$$y = \frac{mgl^3}{12\pi r^4 q} \longrightarrow (5)$$

$\therefore$ யங்குணகம் $q = \dfrac{mgl^3}{12\pi r^4 y}\ Nm^{-2}$.

2mark.

1. தகைவு:

பொருளினுள் ஓரலகு பரப்பில் தோன்றுகின்ற மீட்சி விசையை தகைவு என்பர். பொருள் சமநிலையிலுள்ள போது, உள் விசை, புற விசைக்கு சமமாக இருக்கும். எனவே தகைவு, பொருளின் ஓரலகு பரப்பில் செயல்படும் புற விசையால் அளவிடப்படுகிறது.

தகைவு = விசை / பரப்பளவு

பொருளின் மீது செயல்படும் விசை F, பரப்பளவு A எனக் கொண்டால்.

தகைவு = F/A

தகைவின் அலகு நியூட்டன் மீட்டர்$^{-2}$ ($Nm^{-2}$)

2. திரிபு:

பொருளின் மீது விசை செயல்படும் ~~விசை~~ போது அதில் மாற்றம் தோன்றுகிறது ஓரலகில் ஏற்படுகின்ற மாற்றத்தை திரிபு என்பர்.

$$\text{திரிபு} = \frac{\text{பரிமாண மாற்றம்}}{\text{ஆரம்ப பரிமாணம்}}$$

பொருளின் மீது உருக்குலைவு விசை செயல்படும் போது அதன் பரிமாணத்தில் ஏற்படும் மாற்றத்திற்கும் ஆரம்ப பரிமாணத்திற்குமிடையே உள்ள தகவு திரிபு எனப்படும்.

இதற்கு அலகு கிடையாது.

## திரிபு மூன்று வகைப்படும்:

### i) நீட்சித் திரிபு:

ஒரு கம்பியின் ஒரு முனையை இறுக்கமாக பொருத்தி மறுமுனையில் விசை செயல்படுத்தும் போது, அதன் நீளம் அதிகரிக்கிறது. இதில் ஏற்படுகின்ற திரிபினை நீட்சித் திரிபு என்பர். ஆரம்ப நீளத்திற்குமுள்ள தகவு, நீட்சித் திரிபு எனப்படுகிறது.

$$\text{நீட்சித்திரிபு} = \frac{\text{நீள அதிகரிப்பு}}{\text{ஆரம்ப நீளம்}}.$$

### ii) சறுக்கு பெயர்ச்சித் திரிபு:

பொருளின் மீது தொடுவியல் விசை செயல்படுத்தும் போது, அப்பொருள் திருப்பு விசைக்கு உட்பட்டு, பொருளிலுள்ள அடுக்குகளிடையே சார்பு பெயர்ச்சி தோன்றுகிறது. இதனை சறுக்குப் பெயர்ச்சி என்பர். அடுக்கு சாய்படுகின்ற கோணத்தை சறுக்கு பெயர்ச்சி கோணம் என்பர். இவ்வகையான திரிபினைச் சறுக்குப் பெயர்ச்சித் திரிபு என்பர்.

இரு அடுக்குகளிடையே ஏற்படுகின்ற சார்பு இடப்பெயர்ச்சிக்கும், அடுக்குகளிடையே உள்ள தொலைவுக்குமிடையே உள்ள தகவு, சறுக்கு பெயர்ச்சித் திரிபாகும்.

### iii) பருமத்திரிபு:

ஒரு பொருளின் பரப்பளவு முழுவதும் சீரான விசை செயல்படும் போது, உருவத்தில் எந்தவிதமான மாற்றமும் ஏற்படாமல், அதன் அளவிலோ அல்லது பருமனிலோ மாற்றம் ஏற்படும். பொருள் சீரான விரிவோ அல்லது இறுக்கமோ

அடையும் போது, பருமன் மாற்றமடைகிறது. இவ்வகையான திரிபினை பருமனத் திரிபு என்பர். பருமனில் ஏற்படும் மாற்றத்திற்கும், ஆரம்ப பருமனுக்குமிடையே உள்ள தகவு பருமத் திரிபு.

$$\text{பருமத் திரிபு} = \frac{\text{பருமன் மாற்றம்}}{\text{ஆரம்ப பருமன்}}.$$

## ஹூக் விதி (Hooke's law)

கொடுக்கப்பட்ட தகைவினால் தோன்றுகின்ற திரிபு, தகைவுக்கு நேர்தகவில் அமையும். இது பல பொருட்களின் சோதனை அடிப்படையில் கண்ட உண்மையாகும். எந்த தகைவில் இந்தத் தொடர்பு சரியாக அமையாமல் அமைகிறதோ அதனை மீட்சி எல்லை என்பர். மீட்சி எல்லைக்குக் கீழ், தகைவுக்கான இந்த தொடர்பினை 1979ல் ஹூக் என்பவர் கண்டுபிடித்தார். இதனை ஹூக் விதி என்பர்.

இந்த விதியின் படி மீட்சி எல்லைக்குள், ஒரு பொருளில் தோன்றும் திரிபு, அதனைத் தோற்றுவிக்கும் தகைவுக்கு நேர்தகவில் அமையும். மீட்சி எல்லைக்குள் தகைவு செயல்பட்டால், அந்த தகைவு நீக்கப்பட்டவுடன், பொருள் முழுமையாக தன் பழைய நிலைக்கு திரும்புகிறது. செயல்படும் தகைவு மீட்சி எல்லையை தாண்டி விட்டால், தகைவு நீக்கப்படும் போது பொருள் தன் பழைய நிலைக்குத் திரும்பாது. பொருள் நிலையான திரிபு அடைகிறது. மீட்சி எல்லையைக் காண்பதற்கு, செயல்படும் விசையை அதிகரித்து, ஒவ்வொரு விசைக்கும் திரிபு காண வேண்டும். திரிபுக்கும் விசைக்கும் ஒரு வரைபடம் வரைந்து அதிலிருந்து மீட்சி எல்லையைக் காணலாம். திரிபுக்கும், விசைக்கும் உண்டான வரைபடம் ஒரு நேர்கோடாக அமையும். எந்தப் புள்ளியில்

நேர்கோடு வளைகோடாக மாறுகின்றதோ, அப்புள்ளி மீட்சி எல்லையாகும். செயல்படுத்தும் எந்த பெரும தகைவில், மீள்கின்ற பெரும உருத்திரிபு அடைகின்றதோ அதனை மீட்சி எல்லை என்பர்.

## மீட்சிக் குணகம் (Modulus of Elasticity)

ஹூக் விதிப்படி, மீட்சி எல்லைக்குள், தகைவு, திரிபுக்கு நேர்த்தகவில் அமையும்

$$\text{தகைவு} \propto \text{திரிபு} \quad \text{அல்லது}$$

$$\text{தகைவு} = \text{மாறிலி} \times \text{திரிபு}$$

$$\frac{\text{தகைவு}}{\text{திரிபு}} = \text{மாறிலி}$$

இந்த ~~மா~~ மாறிலியை பொருளின் மீட்சிக் குணகம் என்பர். தகைவு என்பது அழுத்தமாகும், திரிபு ஒரு தகவாகவும் இருப்பதால், மீட்சிக் குணகத்தின் அலகும், பரிமாணமும், தகைவு அல்லது அழுத்தம் ஆகியவற்றின் அலகும், பரிமாணமும் கொண்டிருக்கும்.

பரப்பளவு A ல் F என்ற விசை செயல்படும்போது ஆரம்ப பரிமாணம் $x$-ல் ஏற்படும் பரிமாண மாற்றம் $dx$ எனில்

$$\text{தகைவு} = F/A, \quad \text{திரிபு} = dx/x$$

$$\text{மீட்சிக் குணகம் } E = \text{தகைவு} / \text{திரிபு} = \frac{F/A}{dx/x}$$

மீட்சிக் குணகத்தின் பரிமாணம் $ML^{-1}T^{-2}$, அதன் அலகு நியூட்டன் / மீட்டர்$^2$ ($N/m^2$). இதனை பாஸ்கல் எனவும் அழைப்பர்.

மூன்று வகையான திரிபுக்கு ஏற்ப மூன்று வகையான மீட்சிக் குணகம் உள்ளன.

i) யங் குணகம் ii) விறைப்பு குணகம்
iii) பருமக் குணகம்.

i) யங்குணகம் :-

பொருளொன்றில் குறிப்பிட்ட திசையில் மட்டும் உருக்குலைவாக்கும் புறவிசை செயல்படும் போது, அதன் நீளத்தில் மட்டுமே திரிபு ஏற்படுகிறது. பொருளின் நீள அதிகரிப்பிற்கும் ஆரம்ப நீளத்திற்கும் உள்ள தகவு நீட்சித் திரிபினை தோற்றுவிக்கும் தகைவினை நீட்சித் தகைவு என்பர்.

நீட்சித் தகைவிற்கும், நீட்சித் திரிபிற்கும் உள்ள தகவினை யங் குணகம் என்பர். இதனை $q$ என்பர்.

$$\text{யங்குணகம் } (q) = \frac{\text{நீட்சித்தகைவு}}{\text{நீட்சித் திரிபு}}$$

நீளம் $l$ ம், குறுக்கு வெட்டுப்பரப்பளவு $A$ ம் கொண்ட கம்பியின் முனையில் விசை $F$ செயல்படும் போது, ஏற்படும் நீள அதிகரிப்பு $dl$ என்க.

நீட்சித் தகைவு $= F/A$

நீட்சித் திரிபு $= dl/l$

யங் குணகம் $q = \dfrac{F/A}{dl/l} = \dfrac{F.l}{A.dl}$

செயல்படும் நிறை $m$ எனில் $F = mg$

கம்பியின் ஆரம் $r$ எனில் $A = \pi r^2$

$$q = \frac{mgl}{\pi r^2 dl} \text{ நமீ}^{-2}$$

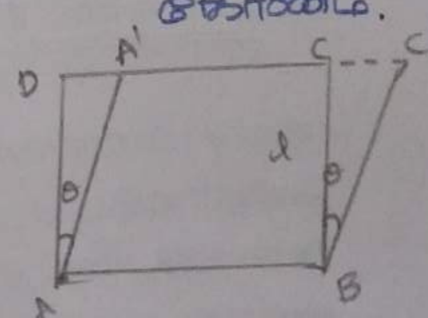
ii) விறைப்புக் குணகம் :

ஒரு பொருளின் அடிப்பக்கத்தை நிலையாக பொருத்தி மேல் பக்கத்தின் மீது ஓர் தொடுவியல் விசை செயல்படுகிறது. இதனால் பொருளின் பருமன் மாறாமல் வடிவத்தில் மட்டும் மாற்றமடைகிறது. இவ்வகையான திரிபினை சறுக்கு பெயர்ச்சித் திரிபு என்பர். சறுக்கு பெயர்ச்சித் திரிபு தோற்றுவிக்கத் தொடுவியல் விசைக்கு நேர்த்தகவாக அமைந்த

அதனை ஒன்று திரும்புகின்ற கோணத்தால் அளவிடப்படுகிறது. இக்கோணத்தை சறுக்குப் பெயர்ச்சிக் கோணம் என்பர். ஓரலகு பரப்பில் செயல்படும் தொடுவியல் விசையை சறுக்குப் பெயர்ச்சி தகைவு என்பர்.

சறுக்கு பெயர்ச்சி தகைவிற்கும், சறுக்குப் பெயர்ச்சி கோணத்திற்கிடையே உள்ள தகவினை விறைப்பு குணகம் என்பர். இதனை n என்பர்.

$$\text{விறைப்பு குணகம் } (n) = \frac{\text{சறுக்குப் பெயர்ச்சி தகைவு}}{\text{சறுக்குப் பெயர்ச்சிக் கோணம்}}$$




தொடுவியல் விசை F, பரப்பளவு A ன் மீது செயல்படும், ஏற்படும் சறுக்கு பெயர்ச்சிக் கோணம் θ எனின்

$$\text{விறைப்புக் குணகம் } (n) = \frac{F/A}{\theta} = \frac{F}{A\theta} \; Nm^{-2}$$

iii) <u>பருமக் குணகம்</u> :

ஒரு பொருளின் புறப்பரப்பு முழுவதும் ஒருங்கிணைவு விசை சீராகவும், நேர்குத்தாகவும் செயல்படுத்தும் போது, பொருளின் வடிவில் மாற்றம் ஏற்படாமல், பருமனில் மாற்றம் ஏற்படும். பொருளில் தோன்றுகின்ற திரிபினை பருமத் திரிபு என்பர். இவ்வகையான திரிபினை பருமத் திரிபு என்பர். இவ்வகையான திரிபினை ஏற்படுத்தும் தகைவினை பருமத் தகைவு என்பர். பருமனில் ஏற்படுகின்ற பரும மாற்றத்திற்கும், ஆரம்ப பருமனுக்கிடையே உள்ள திரிபு பருமத் திரிபு என்பர்.

பரும தகைவிற்கும், பரும திரிபுக்கிடையே உள்ள தகவினை பருமக் குணகம் என்பர். இதனை K என்பர்.

புறப்பரப்பு A ன் மீது சீராகவும் செங்குத்தாகவும் செயல்படும் விசை F எனின், பருமத் தகைவு F/A ஆகும். தகைவினால் பருமன் V ல் ஏற்படும் மாற்றம் dV எனின் பருமத் திரிபு dV/V ஆகும்.

$$\text{பருமக் குணகம் } (K) = \frac{F/A}{dV/V}$$

ஆனால் F/A என்பது அழுத்தம் dP

$$\therefore K = \frac{dP}{(dV/V)}$$

$$= V \cdot \frac{dP}{dV} \text{ Nm}^{-2}.$$

iv) பாய்சான் தகவு:

ஒரு கம்பி சமமான எதிர்த் திசை விசைகட்கு உட்படுத்தும்போது அதன் நீளம் அதிகரிக்கும் நேரத்தில் அதன் தடிமன் குறைகிறது. அதாவது நீள அதிகரிப்பும் ஏற்படுத்தும் போது குறுக்கு வெட்டுப் பரப்பளவு குறைகிறது. எனவே நீட்சித் திரிபு ஏற்படுகின்ற நேரத்தில் விசை செயல்படும் திசைக்குச் செங்குத்துத் திசையில் எதிர் வகையான திரிபு ஏற்படுகிறது. இதனை பக்க வாட்டுச் சுருக்கம் என்பர். மீட்சி எல்லைக்குள் சுருக்கம் நீட்சிக்கு நேர் தகவில் அமையும்.

நீள அதிகரிப்பு $dl$ க்கும் ஆரம்ப நீளத்திற்குமுள்ள தகவு நீட்சித் திரிபு ($\lambda$) எனப்படும். கம்பியின் ஆரத்தில் ஏற்படும் குறைவுக்கும், ஆரம்ப ஆரத்திற்குமுள்ள தகவு குறுக்கத் திரிபு $\mu$ எனப்படும். திரிபுக்கு முன்பும் உள்ள ஆரங்கள் முறையே $r$, $(r+dr)$ எனின்,

$$\text{குறுக்கத் திரிபு } (\mu) = -dr/r$$

மீட்சி எல்லைக்குள் குறுக்கத் திரிபுக்கும், நீட்சித் திரிபுக்குமுள்ள தகவு மாறிலி. இந்த மாறிலியை பாய்சான் தகவு என்பர். இதை $\sigma$ என்பர்,

பாய்சன் தகவு $(\sigma)$ = $\dfrac{\text{குறுக்கத்திரிபு}}{\text{நீட்சித்திரிபு}} = \dfrac{\mu}{\lambda}$

இதற்கு அலகு இல்லை.

## மீட்சிமை மாறிலி ( $Y$, $\eta$, $k$ and $\sigma$ )

$$Y = 1/\alpha \quad \rightarrow (1)$$

$$k = \frac{1}{3(\alpha - 2\beta)} \quad \rightarrow (2)$$

$$\eta = \frac{1}{2(\alpha+\beta)} \quad \rightarrow (3)$$

சமன் (2) மற்றும் (3)

$$\alpha - 2\beta = \frac{1}{3k} \quad \rightarrow (4)$$

$$2\alpha + 2\beta = \frac{1}{\eta} \quad \rightarrow (5)$$

சமன் (iv) மற்றும் (v) கூட்டுக

$$3\alpha = \frac{1}{3k} + \frac{1}{\eta}$$

$$\frac{3}{Y} = \frac{1}{3k} + \frac{1}{\eta} \quad \rightarrow (6)$$

சமன் (6) லிருந்து

$$Y = \frac{9\eta k}{\eta + 3k} \quad \rightarrow (7)$$

$$\eta = \frac{3kY}{9k - Y} \quad \rightarrow (8)$$

$$k = \frac{Y\eta}{9\eta - 3Y} \quad \rightarrow (9)$$

சமன்பாடு (7), (8) (9) ; மதிப்பு $Y$, $\eta$, $k$ வின் மதிப்பைக் கணக்கிடு

சமன் (iii) $\quad \eta = \dfrac{1}{2(\alpha+\beta)} = \dfrac{1}{2\alpha(1+\beta/\alpha)}$

$$\eta = \frac{Y}{2(1+\sigma)} \quad \longrightarrow (10)$$

அல்லது $\sigma = \left(\frac{Y}{2\eta}\right) - 1 \longrightarrow (11)$

Multiplying equation (iv) by 2 and subtracting it from equation (v) we get

$$6\beta = \frac{1}{\eta} - \frac{2}{3K}$$

$$\beta = \frac{3K - 2\eta}{18\eta K} \longrightarrow (12)$$

The relation for Poisson's ratio can be found in terms of K and $\eta$

$$\sigma = \frac{\beta}{\alpha} = \beta Y = \left(\frac{3K - 2\eta}{18\eta K}\right)\left(\frac{9\eta K}{\eta + 3K}\right)$$

$$\sigma = \frac{3K - 2\eta}{2(\eta + 3K)} \longrightarrow (13)$$

பாகுநிலை :

தன் வெவ்வேறு ஏடுகளின் சார்பு இயக்கத்தை எதிர்க்கும் நீர்மத்தின் தன்மையே பாகுநிலை ஆகும்

நீர்மத்தில் செயல்படுகின்ற உராய்வு விசை காரணமாக அடுத்தடுத்துள்ள நீர்ம ஏடுகளால் ஏற்படும் இந்த விசையை பாகுநிலை விசை என்றும் இத்தன்மையினை பாகுநிலை என்றும் கூறுகிறோம்.

பாகியல் எண் :

ஒரு குழாயின் வழியே நீர்மம் சீராக பாய்கிறது. குழாயின் சுவர்களைத் தொட்டுக் கொண்டிருக்கும் நீர்ம ஏடுகளின் திசைவேகம் சுழி ஆகும். குழாயின் அச்சை நோக்கி செல்லுகையில் நீர்ம ஏடுகளின் திசைவேகம் அதிகரிக்கும். மைய ஏட்டின் திசைவேகம் பெருமம் மதிப்பான v யைப் பெறுகிறது. dx இடைத் தொலைவில் அமைந்துள்ள P, Q என்ற இரண்டு நீர்ம ஏடுகள் உள்ளன.

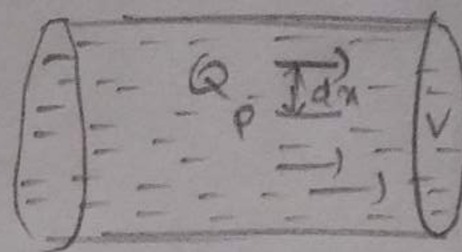
இவற்றின் திசைவேக மாறுபாடு dV என்க.
இரண்டு ஏகைகளுக்கிடையே தொடுகோட்டின் திசையில் செயற்படும் பாகுநிலை விசை F ஆனது.

i) தொடர்புள்ள இரண்டு நீர்ம ஏகைகளின் பரப்பளவு A க்கு நேர்தகவாகவும்,

ii) ஓட்டத்திற்குச் செங்குத்தாக ஏற்படும் திசைவேகச் சாய்வு $\frac{dv}{dx}$ க்கு நேர்தகவில் இருக்கும்.

$$\therefore F \propto A \frac{dv}{dx}$$

$$F = \eta A \frac{dv}{dx}$$




இதில் $\eta$ என்பது பாகியல் எண். இச் சமன்பாட்டை நியூட்டனின் பாய்மங்களின் பாகுநிலை ஓட்டத்தின் விதி என்று கூறுகிறோம்.

இதில் $A = 1\,m^2$ மற்றும் $\frac{dv}{dx} = 1\,s^{-1}$ எனில்

$$F = \eta$$

அலகு பரப்புள்ள, செங்குத்தாக அலகு திசைவேக சாய்வு கொண்ட இரண்டு நீர்ம ஏகைகளுக்கிடையே தொடுகோட்டின் திசையில் செயற்படும் பாகுநிலை விசையின் எண் மதிப்பை பாகியல் எண் ஆகும்.

$\eta$ ன் அலகு $Nsm^{-2}$, பரிமாண வாய்ப்பாடு $ML^{-1}T^{-1}$.

பாகுநிலையின் பயன்பாடு

## டார்ஷன் விறைப்புக் குணகம் காணல்

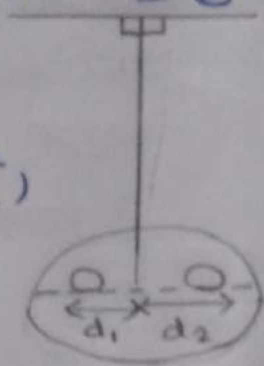
அலைவு நேரம் $T = 2\pi\sqrt{\frac{I_1}{C}}$, $T_1^2 = \frac{4\pi^2 I_1}{C}$

$I_1$ - நிலைமத்திருப்புத்திறன், $C$ - முறுக்கி இரட்டை,
$I$ - நிலைம திருப்புத்திறன், $m$ - நிறை

$$I_0 = I_0 + 2i + dm_1^2$$

$$T_1^2 = \frac{4\pi^2}{C}(I_0 + 2i + 2md_1^2) \rightarrow (1)$$

$$T_2^2 = \frac{4\pi^2}{C}(I_0 + 2i + 2md_2^2) - (2)$$




(1) & (2) subract

$$T_1^2 - T_2^2 = \frac{4\pi^2}{C}(2m(d_1^2 - d_2^2))$$

$$C = \pi n \frac{a^4}{2l}$$

$$T_1^2 - T_2^2 = \frac{4\pi^2 2l}{\pi n a^4}(2m(d_1^2 - d_2^2))$$

$$= \frac{16\pi}{n a^4}(m(d_1^2 - d_2^2))$$

$$n = \frac{16\pi m l}{a^4}\left(\frac{d_1^2 - d_2^2}{T_1^2 - T_2^2}\right)$$

$$T_0^2 = \frac{4\pi^2 I_0}{C}$$

$$C = \frac{4\pi^2 I_0}{T_0^2} \rightarrow (3)$$

$$T_1^2 - T_2^2 = \frac{4\pi^2}{C} 2m(d_1^2 - d_2^2)$$

$$C = 8\pi^2 m \frac{d_1^2 - d_2^2}{T_1^2 - T_2^2} \rightarrow (4)$$

$$8\pi^2 m\left(\frac{d_1^2 - d_2^2}{T_1^2 - T_2^2}\right) = \frac{4\pi^2 I_0}{T_0^2}$$

$$I_0 = \frac{T_0^2}{(T_1^2 - T_2^2)} \times \frac{2m(d_1^2 - d_2^2)}{(\cancel{d_1^2 - d_2^2})}$$

நிலைமத் திருப்புத்திறன் $I_0$ கண்டறியலாம்.

## பாகியல் எண்:

திரவங்களிலுள்ள உராய்வு விசைக்கான அடிப்படை சமன்பாட்டினை முதன்முதலில் நியூட்டன் உருவாக்கினார். இதனை பாகியலுக்கான நியூட்டன் சமன்பாடு என்பர். ஒரு குழாயின் வழியாகத் திரவம் சீரான வேகத்தில் சென்று கொண்டிருக்கும் போது, செயல்படும் பாகியல் விசை.

i) தொடர்பு கொண்டுள்ள இரு திரவ ஏடுகளின் பொதுப் பரப்பளவிற்கு நேர்த்தகவில் இருக்கும் $(F \propto A)$

ii) இரு ஏடுகட்கிடையே உள்ள சார்பு திசைவேகத்திற்கு நேர்த்தகவில் இருக்கும் $(F \propto (v_1 - v_2))$

iii) இரு ஏடுகட்கிடையே உள்ள தொலைவிற்கு எதிர்த்தகவில் $\left(F \propto \frac{1}{l}\right)$ அமையும்.

$$\therefore F \propto A \frac{(v_1 - v_2)}{l}$$

$$F = \eta A \frac{(v_1 - v_2)}{l} \rightarrow (1)$$

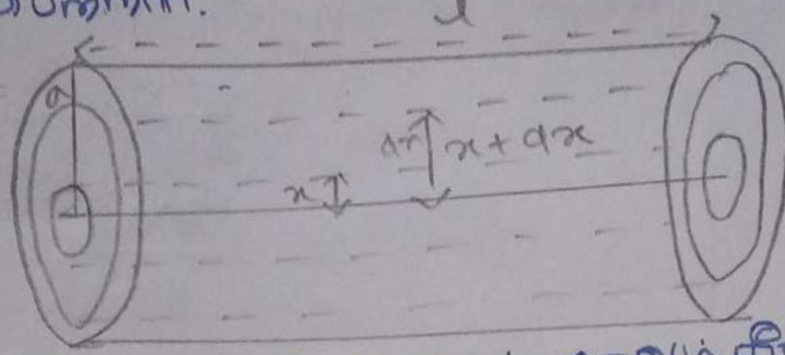
இங்கு $\eta$ என்பது திரவத்தின் பண்பினைச் சார்ந்த மாறிலி. இதனை பாகியல் எண் என்பர்.

## பாய்சுயூலி வாய்ப்பாடு:

நுண்புழை குழாயின் வழியாகச் செல்லும் திரவத்தின் இயக்கத்தை பாய்சுயூல் என்பவர் ஆராய்ந்து, குழாயின் வழியாக ஒரு நொடியில்

பாயும் திரவத்தின் பருமனுக்கான தொடர்பு ஒன்றினை பெற்றார்.

நீளம் $l$ ம் ஆரம் $a$ ம் கொண்ட




நுண்புழை குழாயின் வழியாகத் திரவம் சீரான இயக்கம் கொண்டிருப்பதாகக் கொள்வோம். அச்சின் வழியாக செல்லும் திரவ ஏட்டின் திசைவேகம் பெருமமாகவும், சுவர்களை தொடுக் கொண்டு செல்லும் ஏடு நிலையாகவும் இருக்கும்.

அச்சிலிருந்து $x$, $x+dx$ தொலைவில் உள்ள இரு ஏடு உள்ளன. இந்த ஏடுகளால் தொடுவியல் விசை,

$$F = -\eta A \frac{dv}{dx}, \quad \text{——} \; (1)$$

இங்கு $A = 2\pi x \cdot l$

$$F = -\eta \cdot 2\pi x l \cdot \frac{dv}{dx} \quad \longrightarrow \; (2)$$

நுண்புழை குழாயின் முனைகட்கிடையே உள்ள அழுத்த வேறுபாடு. திரவ உருளையால் செயற்படும் விசை $F = P \cdot \pi x^2$

$$\therefore P \cdot \pi x^2 = -\eta \cdot 2\pi x \cdot l \cdot \frac{dv}{dx}$$

$$\therefore dv = -\frac{Px}{2\eta l} \cdot dx \quad \text{——} \; (3)$$

சமன் (3)ஐ தொகையாக்கம் செய்க.

$$\int dv = \frac{-P}{2\eta l} \int x \, dx$$

$$\therefore v = \frac{-Px^2}{2\eta l} + c \quad \text{——} \; (4)$$

இங்கு $c$ என்பது தொகையாக்க மாறிலி.

குழாயின் சுவரில் $x = a,\ V = 0$

இதனை சமன் (4)ல் பதிலீடு செய்ய

$$0 = \frac{-Pa^2}{4\eta l} + c$$

$$\therefore\ c = \frac{Pa^2}{4\eta l} \longrightarrow (5)$$

சமன் (5)ஐ (4)ல் பதிலீடு செய்ய

$$V = \frac{-Pa^2}{4\eta l} + \frac{Pa^2}{4\eta l}$$

$$V = \frac{P}{4\eta l}(a^2 - x^2) \longrightarrow (6)$$

சமன் (6) அச்சிலிருந்து $x$ தொலைவில் அமைந்துள்ள அடுக்கின் திசைவேகத்தை தருகிறது

ஆரம் $x$, தடிமன் $dx$ கொண்ட உருளை வடிவ அடுக்கின் குறுக்கு வெட்டு பரப்பு $= 2\pi x \cdot dx$. இந்த பரப்பின் வழியாக ஒரு வினாடியில் பாயும் திரவத்தின் பருமன்.

$$dQ = \text{குறுக்குவெட்டுப்பரப்பு} \times \text{திசைவேகம்}$$

$$dQ = 2\pi x\, dx \cdot V \longrightarrow (7)$$

சமன் (6) லிருந்து $V$ மதிப்பை பதிலீடு செய்ய,

$$dQ = 2\pi x\, dx \cdot \frac{P}{4\eta l}(a^2 - x^2)$$

$$= \frac{\pi P}{2\eta l} \cdot x \cdot (a^2 - x^2)\, dx \longrightarrow (8)$$

குழாயின் வழியாக ஒரு வினாடியில் பாயும் திரவத்தின் பருமன்,

$$Q = \frac{\pi P}{2\eta l} \int_0^a x(a^2 - x^2)\, dx \longrightarrow (9)$$

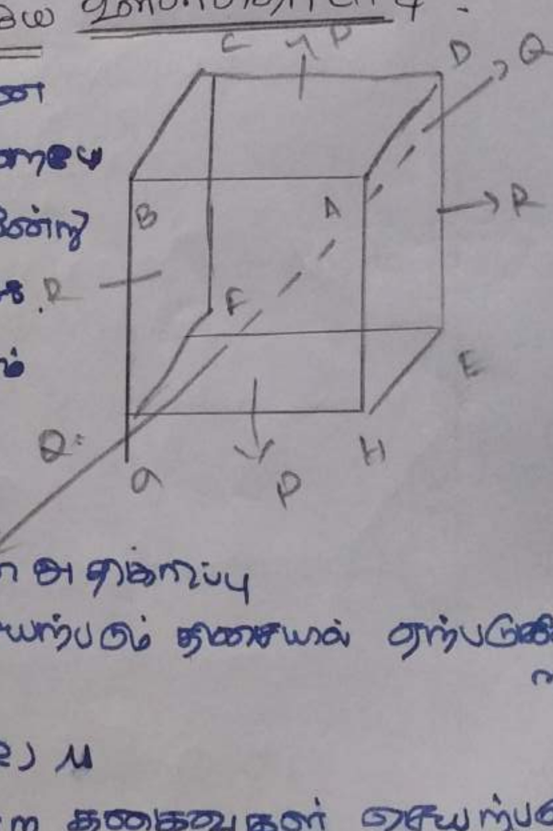
$$= \frac{\pi P}{2\eta l}\left[\frac{a^2x^2}{2} - \frac{x^4}{4}\right]_0^a$$

$$= \frac{\pi P}{2\eta l}\left[\frac{a^4}{2} - \frac{a^4}{4}\right]$$

$$Q = \frac{\pi P a^4}{8\eta l} \longrightarrow (6)$$

இதுவே குழாயின் வழியாக திரவத்தின் பாய்ச்சல் சமன்பாடு ஆகும்.

## மீட்சி குணகங்களுக்கிடையே உள்ள தொடர்பு :




ABCDEFGH என்பது கனசதுரம். PQR தகைவுகளை ABCD, ABGH, ADEH என்ற பக்கங்களால் செயல்படுகின்ற. ஓரலகு தகைவு ஏற்படுத்தும் நீட்சித் திரிபு $\lambda$, சுருக்கத் திரிபு $\mu$ எனக் கொள்க. P என்ற செயல்படும் திசையில் நீள அதிகரிப்பு ஏனைய தகைவு P-ல் செயல்படும் திசையால் ஏற்படுகின்ற நிகர நீள அதிகரிப்பு.

$$e = \lambda P - (Q+R)\mu$$

இதைப் போன்ற QR என்ற தகைவுகள் செயல்படுகின்ற திசைகளால் ஏற்படுகின்ற நீள அதிகரிப்பு.

$$f = \lambda Q - \mu(P+R)$$

$$g = \lambda R - \mu(P+Q)$$

நேர்வு - I

P என்ற தகைவு செயல்படுவதாக கொள்க. Q = R = 0 எனில் நீட்சித் தகைவு. P செயல்படும் திசைகளால் தோன்றுகின்ற நீட்சி C, திரிபு நீட்சித் திரிபு ஆகும்.

நீட்சித் திரிபு $C = \lambda P$

பருமக் குணகம் $q = \frac{\text{தகைவு}}{\text{திரிபு}} = \frac{P}{e} = \frac{P}{\lambda P}$

$$q = 1/\lambda \quad \therefore \lambda = 1/q \quad \text{—(1)}$$

நேர்வு - 2

ஒரு திசை மாற்றப்படுவதால், $R = 0$ ஆகும்

$P = -Q$ ∴ $P$ திசைக்கு இணையான திசையில் ஏற்படும் நீட்சி $e = \lambda P - \mu(-P) = (\lambda+\mu)P$. $P$ திசைக்கு செங்குத்து திசையிலான அதிகரிப்பு $(\lambda+\mu)P$ ஆகும். சறுக்குப் பெயர்ச்சி கோணமானது தொகுத்தால் இந்த இரு நீட்சியை உடையதாகும்.

$$\text{சறுக்கு பெயர்ச்சி} = 2(\lambda+\mu)P$$

$$\text{விறைப்பு குணகம் } n = \frac{P}{2(\lambda+\mu)P} = \frac{1}{2(\lambda+\mu)}$$

$$\lambda + \mu = 1/2n \rightarrow (2)$$

நேர்வு - 3

மூன்று தகைவுகளும் சீராகவும் ஒன்றுக்கொன்று செங்குத்தாகவும் உள்ளன $P = Q = R$.

$$\therefore e = \lambda P - \mu P - \mu P = (\lambda - 2\mu)P$$

பருமனில் சீரான நீட்சி அதிகரிப்பு, பரும திரிபு $3e$

$$3e = 3(\lambda - 2\mu)P$$

$$\text{பரும குணகம் } k = \frac{P}{3e} = \frac{P}{3(\lambda-2\mu)P}$$

$$\lambda - 2\mu = 1/3k \rightarrow (3)$$

$q, n, k$ ஆகியவற்றுக்கிடையே உள்ள தொடர்பு

சமன் (2) லிருந்து $\lambda + \mu = 1/2n \rightarrow (2)$

சமன் (3) $\lambda - 2\mu = 1/3k \rightarrow (3)$

சமன் (2) ஐ 2 ஆல் பெருக்க

$$2\lambda + 2\mu = 1/n \quad \text{—(4)}$$

சமன் (3) (4) கூட்ட

$$3\lambda = \frac{1}{3k} + \frac{1}{n} \longrightarrow (5)$$

சமன் (1) ன்படி $\lambda = \frac{1}{q}$

$$\frac{3}{q} = \frac{1}{3k} + \frac{1}{n} = \frac{n+3k}{3kn}$$

$$q = \frac{9nk}{n+3k} \longrightarrow (6)$$

அல்லது $\frac{3}{q} = \frac{n+3k}{3nk}$

$$\frac{9}{q} = \frac{n+3k}{nk}$$

$$\frac{9}{q} = \frac{1}{k} + \frac{3}{n} \longrightarrow (7)$$

$n, k, \sigma$ இவைகளுக்கிடையே உள்ள தொடர்பு

சமன் (2) லிருந்து $\lambda + \mu = \frac{1}{2n} \longrightarrow (2)$

சமன் (3) லிருந்து $\lambda - 2\mu = \frac{1}{3k} \longrightarrow (3)$

$$(2)-(3) \quad 3\mu = \frac{3k-2n}{6kn}$$

$$\mu = \frac{3k-2n}{18kn} \longrightarrow (4)$$

சமன் (2) × 2 $\Rightarrow 2\lambda + 2\mu = \frac{1}{n}$

$$\lambda - 2\mu = \frac{1}{3k}$$

இரண்டையும் சமன்பாட்டை கூட்ட

$$\mu = \frac{1}{n} + \frac{1}{3k} = \frac{3k+n}{3kn}$$

$$\lambda = \frac{3k+n}{9kn} \longrightarrow (9)$$

பாய்சான் தகவு $\sigma = \mu/\lambda$

$\mu, \lambda$ மதிப்பு பதிலீடு செய்ய

$$\sigma = \frac{3k-2n}{18nk} \times \frac{9kn}{3k+n}$$

$$\sigma = \frac{3k-2n}{6k+2n} \longrightarrow (10)$$

$n, q, \sigma$ இவைகளுக்கிடையே உள்ள தொடர்பு

சமன் (1)ன் படி $\lambda = 1/q$

சமன் (2)ன் படி $\lambda + \mu = 1/2n$

சமன் (2)ஐ (1)ல் வகுக்க

$$\frac{\lambda+\mu}{\lambda} = \frac{q}{2n}$$

$$1 + \frac{\mu}{\lambda} = \frac{q}{2n}$$

ஆனால் $\mu / \lambda = \sigma$

$$1 + \sigma = \frac{q}{2n}$$

$$\sigma = \frac{q}{2n} - 1 \longrightarrow (11)$$

σன் பெரும மதிப்பு

சமன் (10) லிருந்து

$$\sigma = \frac{3k-2n}{6k+2n}$$

$$6k\sigma + 2n\sigma = 3k - 2n$$

$$2n + 2n\sigma = 3k - 6k\sigma$$

$$2n(1+\sigma) = 3k(1-\sigma)$$

σ நேர்க்குறி கொண்டிருப்பதால், σ+1 என்பது நேர்க்குறி எண்ணாகும். n மற்றும் k நேர்க்குறி எண்களாகும்.

1 − 2σ நேர்க்குறி கொண்டதாகும்

$$2\sigma < 1$$

$$\sigma < 1/2$$

σன் பெரும மதிப்பு $1/2$.

$\sigma$ எதிர்க்குறி எண்ணாக இருந்தால் $1-2\sigma$ நேர்
குறி எண்ணாகும்.

$\sigma < 1/2$ : $1+\sigma$ நேர்க்குறி எண்ணாகும்.

$1+\sigma > 0$ அல்லது $\sigma > -1$.